

変動風況下における風車翼断面形状のロバスト最適化

Robust Optimization for Windmill Airfoil Design under Variable Wind Conditions

立 川 浩 幹*

Hiroki TACHIKAWA

有 馬 敏 幸***

Toshiyuki ARIMA

Daniele Schiavazziz **

Gianluca Iaccarino ****

要 旨

風車翼断面形状のロバスト設計は、変動する不確実な風況下で実施される。この設計は、風況変動に対して平均性能を最大化しつつ、翼性能の変化は最小化するように多目的最適化により実現される。変動する風況により複雑に変化する翼性能は、CFD 計算によって求められ、不確実性の評価に用いられる。形状最適化フレームワークは、翼断面形状変数を世代更新の反復によって最適化する遺伝的アルゴリズムによって組み立てられる。変動風況下における翼の平均性能と感度は、最小限の計算量で求めることができるよう構成した。以上により、風車翼断面へのロバスト設計への適応可能性を示した。

ABSTRACT

Robust design of windmill airfoils is carried out in the presence of uncertain environmental conditions. The formulation follows a multi-objective optimization approach, where the mean aerodynamic performance is maximized while sensitivity to changes in wind conditions is kept to a minimum. Due to the complex nature of the physical processes involved, a non-intrusive collocation approach is used to quantify uncertainties, coupled with a RANS solver for the fluid flow. A robust design optimization framework is thus assembled, where Genetic Algorithms are used to iteratively evolve section parameters toward optimal designs. Expectations and variances are computed with a Smolyak sparse grid approach combined with nested Clenshaw-Curtis quadrature, leading to a minimization of the number of deterministic solutions needed. The results show the potential applicability of the proposed methodology to the robust design of industrial devices.

1. 緒言

安全で環境負荷が少ない再生可能エネルギーへの関心の高まりより、自然エネルギーの一つである風力エネルギーを直接プロペラの回転へ変換して発電する風力発電が注目されている。高効率で風力発電を行うために、時々刻々と変動する風環境（風況）下における高効率な発電ができる翼断面形状が必要となる。

変動する風況のように不確実なものを数値的に取り扱う分野は、不確実性定量化 (Uncertainty Quantification) として近年世界的に着目され始めている。変動する風況下において翼性能の最適化を行うことを、本稿ではロバスト最適化として定義する。従来のモンテカルロ法による最適化手法は、不確実な環境下での翼性能評価に膨大な計算コスト

が発生し、風車翼における設計最適化はしばしば限定された風況下のみでの適用となっている。

そこで本研究の目的は、変動する風況を不確実性定量化により扱うことで効率的なロバスト最適化手法を確立し、風車翼断面への適応可能性を示すことである。

2. 目的関数設定

風車翼断面に対して流入速度 V_a で流入した風は、迎角 α より風車翼の移動速度 U および風速 V_r に分解され、この風速 V_r の無次元量をマッハ数 M として用いる (Fig. 1)。本研究では二種類の手法で風車翼断面形状の最適化を行う。

第一に従来の最適化として、風車翼へ流入する風況が一定条件であるとする。この問題は、翼性能の評価に用いられる

* 基礎技術研究センター

** University of California, San Diego

*** 四輪 R&D センター

**** Stanford University

揚抗比を最大化する単目的最適化問題として定式化される。

第二にロバスト最適化では、迎角とマッハ数を一様分布に従う連続な確率変数 α および M として、変動風況を表現する。ロバスト最適化では、この風況の変動範囲にて翼性能の平均値を最大化して、環境変化への感度である標準偏差は最小化を目指す多目的最適化問題として定式化される。

また、翼断面形状および風況は現実的な値で定義し、流れ場は非圧縮流体を仮定し、翼性能を CFD により求める。ここで流れ場は一定のレイノルズ数として Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation (RANS) 解析により計算する。

風車翼断面形状を表す集合 $\xi = \{\xi_1, \dots, \xi_{np}\}$, $\xi_i' \leq \xi_i \leq \xi_i''$ およびコンパクト空間 D で定義されたベクトル $\xi \in D$ にて、風車翼断面形状を定義できると仮定する。 ξ_i' , ξ_i'' はそれぞれ、 ξ_i が取りうる下限値および上限値を示す。また、確率空間 (Ω, F, P) を定義する。 Ω は変数空間、 F はシグマ代数、 P は F の確率測度を示す。二つの互いに独立同分布に従う確率変数によって、同時確率密度関数 $\rho(y) = \rho_\alpha(\alpha) \rho_M(M): \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$ は、 $\alpha, M: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ で定義される二次元ベクトル $y = (\alpha, M)$ により表される。

揚抗比を算出する関数 $f: D \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ は、確率ベクトル y を変数として持ち、 y はサンプル数を n_i とし、 $i = 1, \dots, n_i$ において $y^{(i)} = (\alpha^{(i)}, M^{(i)})$ により与えられる。 f の変数であるデザインパラメータ ξ および環境変数 $y^{(i)} = (\alpha^{(i)}, M^{(i)})$ は RANS 解析により評価される。

二つの最適化問題は下式により定式化される。

(a) 従来の最適化手法として、変動風況による不確実要素を除き、式 (1) を満たす $\xi^* \in D$ を探索する単目的最適化問題として定式化する。

$$\xi^* = \arg \max_{\xi \in D} f(\xi, y^{(i)}) \quad (1)$$

(b) ロバスト最適化として、変動風況による不確実性を含む条件下において、 $\xi^* \in D$ を探索する多目的最適化問題として定式化する。

$$\mathcal{M}(\mathbb{E}\{f(\xi^*, y)\}, \sigma\{f(\xi^*, y)\}) \geq \mathcal{M}(\mathbb{E}\{f(\xi, y)\}, \sigma\{f(\xi, y)\}) \quad \forall \xi \in D \quad (2)$$

ただし、 $\mathbb{E}\{\cdot\}$, $\sigma\{\cdot\}$ はそれぞれ平均および標準偏差の演算を示し、

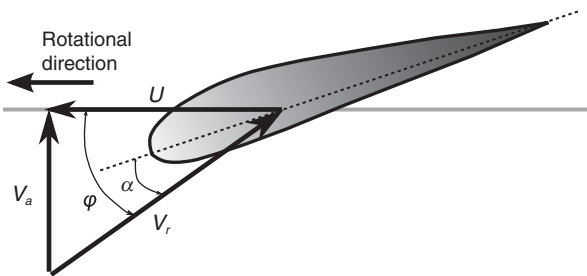


Fig. 1 Schematic representation of velocity triangle for windmill airfoil section

$$\mathbb{E}\{f(\xi, y)\} = \int_{M_l}^{M_u} \int_{\alpha_l}^{\alpha_u} f(\xi, y) \rho_\alpha(\alpha) \rho_M(M) d\alpha dM \quad (3)$$

$$\sigma\{f(\xi, y)\} = \left(\int_{M_l}^{M_u} \int_{\alpha_l}^{\alpha_u} (f^2(\xi, y) - (\mathbb{E}\{f(\xi, y)\})^2) \rho_\alpha(\alpha) \rho_M(M) d\alpha dM \right)^{1/2} \quad (4)$$

である。ここで $\mathcal{M}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ は、複数の目的関数を統合する多目的意思決定演算子であり、式 (2) が満たされるとき、 ξ^* は任意の ξ に優越するといい、この ξ^* を最適解と定義する。

以上の定式化は、ロバスト最適化により全ての変動風況領域において揚抗比の平均値を最大化し、標準偏差の最小化、つまり迎角とマッハ数の変動における翼効率の感度を最小化することを示す。

ここで、 $[\alpha_l, \alpha_u]$ および $[M_l, M_u]$ は、迎角 α [deg] および、マッハ数 M の定義域を示す。本稿は以下範囲を用いる。

$$[\alpha_l, \alpha_u] = [\alpha_0 - 2, \alpha_0 + 2], \alpha_0 = 10 \quad (5)$$

$$[M_l, M_u] = [M_0 - 0.05, M_0 + 0.05], M_0 = 0.25 \quad (6)$$

式 (2) で定式化したように、この問題は変動環境条件下での平均翼性能および感度の二つの目的関数間のトレードオフ関係を持つ多目的最適化である。特筆すべきことは、異なる演算子 $\mathcal{M}$ の選択により異なった最適解が得られることである。例えば、与えられた二つの目的関数 $o_1, o_2 \in \mathbb{R}$ に対し、 $\mathcal{M}(o_1, o_2) = o_1$ とすれば平均効率を最大化する解を、 $\mathcal{M}(o_1, o_2) = -o_2$ とすれば感度を最小化する解を得ることができる。一方、折衷解を得るために $\mathcal{M}(o_1, o_2) = \sqrt{(o_1/n_1)^2 + (o_2/n_2)^2}$ と記述できる。ここで、正規化因子 n_1, n_2 は o_1 の最大化と o_2 の最小化を考慮できる形式をとるものとする。

3. 翼断面形状のモデル化

本手法では、PARSEC⁽¹⁾ により、翼断面形状のモデル化を行った。このモデルは、翼の上部形状と下部形状は (x, z) 平面上の次の PARSEC の多項式により表現される。

$$z = \sum_{i=1}^6 a_i x^{(i-1/2)} \quad (7)$$

係数 a_i は Fig. 2 で示す幾何形状を決定する $\xi \in D$ で与えられるパラメータである。これは前縁半径、上部および下部の頂点位置および曲率、後縁位置 ($x = 1$ における)、最大翼厚、後縁角、後縁開き角の 11 の設計変数からなる。PARSEC の設計変数および、迎角とマッハ数の制約条件を Table 1 に示す。

PARSEC のパラメータは互いに従属であるため、実際の工業製品へ応用する際にパラメータの削減を行う場合は、互いの相互作用の考慮が必要となる。例えば Fig. 3 に、 $z_{TE}, z_{lo} + z_{up}$ にそれぞれ異なる値を与えた時の翼断面形状を示す。

Table 1 List of parameters used in PARSEC and α , M

ID	Description	ξ_l	ξ_u
r_{le}	Radius of leading edge	0.005	0.02
x_{up}	X at crest of upper surf.	0.3	0.7
z_{up}	Z at crest of upper surf.	0.12	0.18
$z_{xx,up}$	Curv. of upper surf.	-0.4	0.0
x_{lo}	X at crest of lower surf.	0.2	0.6
z_{lo}	Z at crest of lower surf.	-0.07	0.02
$z_{xx,lo}$	Curv. of lower surf.	0.3	0.9
z_{TE}	Z at trailing edge	-0.01	0.05
α_{TE}	Camber gradient at trailing edge	-13.0	-3.0
Δz_{TE}	Thickness at trailing edge	0.0	0.0
β_{TE}	Wedge angle at trailing edge	4.0	8.0
α	Angle of attack	8.0	12.0
M	Mach number	0.2	0.3

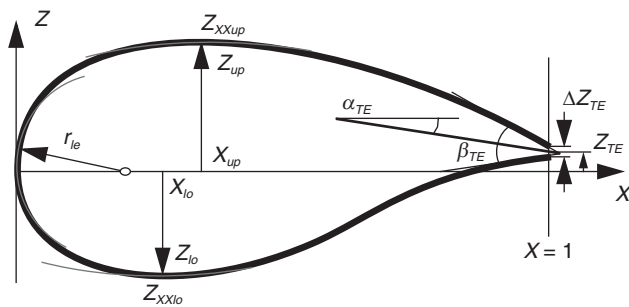
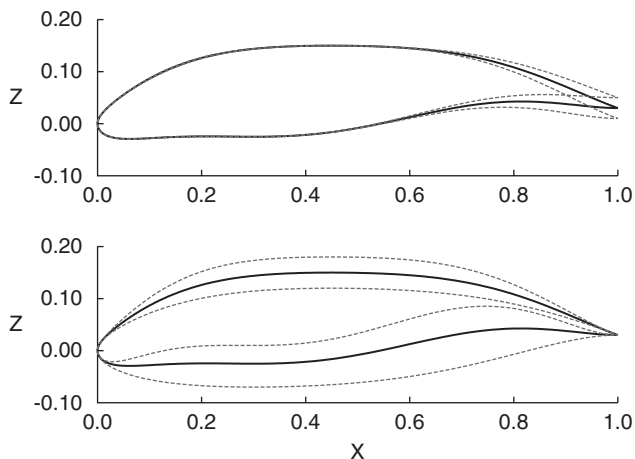


Fig. 2 Graphical representation of input parameters for PARSEC

Fig. 3 Change in airfoil configuration as a result of adjusting z_{TE} (top) or $z_{lo} + z_{up}$ (bottom)

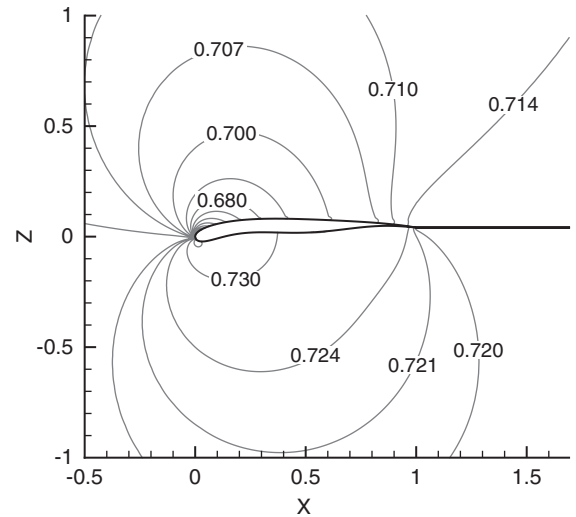
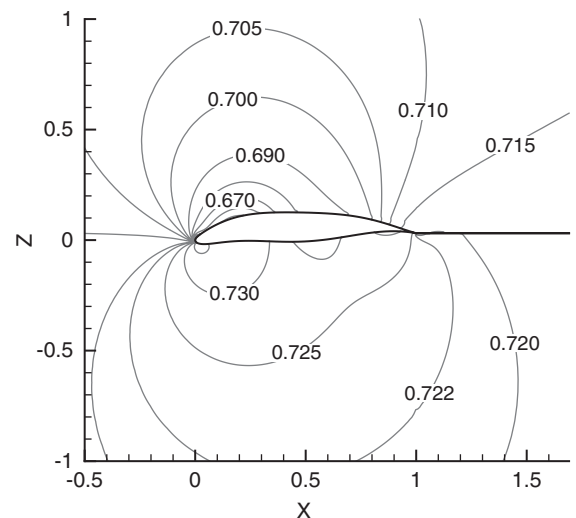
4. CFD 計算と予備最適化

翼断面形状はパラメータセットによって定義され、PARSECにより翼断面形状が生成され、次に自動メッシュ生成プログラムによりメッシュが生成される。その後二次元の非圧縮ナビエーストークス方程式によりレイノルズ数 10^5 の条件で流れ場を計算する。

使用した CFD ソルバ⁽²⁾においては、時間積分に物

理量の時間差分を未知数とした形式（デルタ形式）の陰解法⁽³⁾が用いられ、対流項の評価には空間3次精度のChakravarthy-OsherTVDスキーム⁽⁴⁾が適用されている。乱流は完全発達乱流を仮定し、Menterによるk-omega SST乱流モデル⁽⁵⁾が適用されている。

予備最適化として固定風況における従来の最適化問題として、 $(\alpha, M) = (10, 0.25)$ の風条件で翼断面形状の最適化を実施した結果をFig. 4に示す。選択した迎角の方向に向けて、先端部が明白に湾曲し、非常に薄い翼断面形状を生成した。この翼断面形状は高い空力性能を実現したが、断面係数が不十分であるため構造的に強度不足が懸念される。そこで、 z_{up} の範囲を初期の $[0.08, 0.18]$ から $[0.12, 0.18]$ へ変更することで、翼の厚みを増し、空力性能および構造性能の両者を満たすように、設計変数空間 D に制約を付加した。制約された設計空間から探索された、制約最適解をFig. 5に示す。

Fig. 4 Pressure levels for unconstrained optimal airfoil design under certain wind conditions $(\alpha, M) = (10, 0.25)$ Fig. 5 Pressure levels for constrained optimal airfoil design under certain wind conditions $(\alpha, M) = (10, 0.25)$

5. ロバスト最適化手法

本研究では、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms: GA) を形状最適化手法として用いた。この手法は、複数の個体からなる集団の世代更新により最適解を探索する進化的アルゴリズムの一つである。個体はそれぞれ翼断面形状を決定づける 11 の設計パラメータ ξ を染色体として持ち、それに加えて風況を示す迎角およびマッハ数 $y^{(i)} = (\alpha^{(i)}, M^{(i)})$, $i = 0, \dots, n_i$ を持つ。この離散化された風況変数は、連続変数である風況を離散化した求積点であり、この点で CFD 計算することで翼性能を算出する。

従来の最適化では、集団内の個体性能 f を固定された風況下について 1 回だけ評価を行う。一方、ロバスト最適化では、変動する風況下における最適化を必要とする。すなわち、離散化された変動風況変数による多数回の CFD 計算を行わなければならない。

ここで $f(\xi^*, y)$ は、任意の確率ベクトル y を独立変数とする基底関数 $\phi_i(y)$ の、加算有限個の一次結合で近似する多項式カオス展開 (polynomial chaos expansions) が可能と仮定する。

$$f(\xi^*, y) \approx \sum_{i=0}^p \alpha_i(\xi^*) \phi_i(y) \quad (8)$$

$\mathbb{E}\{f(\xi^*, y)\}$ および $\sigma\{f(\xi^*, y)\}$ は下式により計算できる。

$$\mathbb{E}\{f(\xi^*, y)\} \approx \sum_{j=1}^{n_i} \omega_j f(\xi^*, y^{(j)}) \quad (9)$$

$$\sigma\{f(\xi^*, y)\} \approx \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} \omega_j [f(\xi^*, y^{(j)}) - \mathbb{E}\{f(\xi^*, y)\}]^2 \right\}^{1/2} \quad (10)$$

但し、 $\sum_{j=1}^{n_i} \omega_j = 1$ である。ここで n_i 個の求積点は、基底関数 $\phi_i(y)$ がゼロとなる点である⁽⁶⁾。

本手法では、Clenshaw-Curtis 求積法^{(7),(8)} における求積点を用いることにより、式 (8) に Chebyshev 多項式を展開した f が事前に与えられていない時、Taylor 展開のような一般的な多項式展開と比較して、Chebyshev 多項式は同じ近似次数で高い収束性を与えることができる。

GA アルゴリズムでは全ての個体にて、この求積点を用いて式 (9), (10) で示す翼性能が計算され、世代更新される (Fig. 6)。翼性能の評価時のように、多変量の積分の計算コストは、確率変数の増加に伴い求積点の劇的な増加につながる。このことは一般に“次元の呪い”と呼ばれ、本研究での事例を Table 2 の上段に示す。また $f(\xi^*, y^{(i)})$ の評価のために、計算コストが高い RANS 解析を実施するため、現実的な時間でロバスト最適化を行うためには、最小限の計算回数で $f(\xi^*, y^{(i)})$ の評価を行う必要がある。

本手法では、この確率変数の増加に伴う求積点の増加に対して、nested Clenshaw-Curtis 求積法に Smolyak スパース格子を組み合わせることで、計算量増加の緩和を行った (Table 2 下段)。今回我々は、13 点の求積点を持つ二次元の Smolyak スパース格子⁽⁹⁾ を用いた。Fig. 7 にて $\alpha - M$

Table 2 Increase in multivariate quadrature points with dimensionality for fixed one-dimensional polynomial accuracy

Dimension	1	2	3	4	5	n
Full grid	5	25	125	625	3125	5^n
Smolyak sparse grid	5	13	33	89	253	$3^n + 2n$

平面で選択される求積格子を示す。近似次数 0, 1, 2 の時、それぞれ 1, 5, 13 の求積点を含む。

本手法は確率的な変動要素に対して、CFD ソルバに改変を加える必要が無いことが特徴である。このことは RANS 解析の結果が、設計空間内で大部分が一定値であり滑らかであることから判断される。

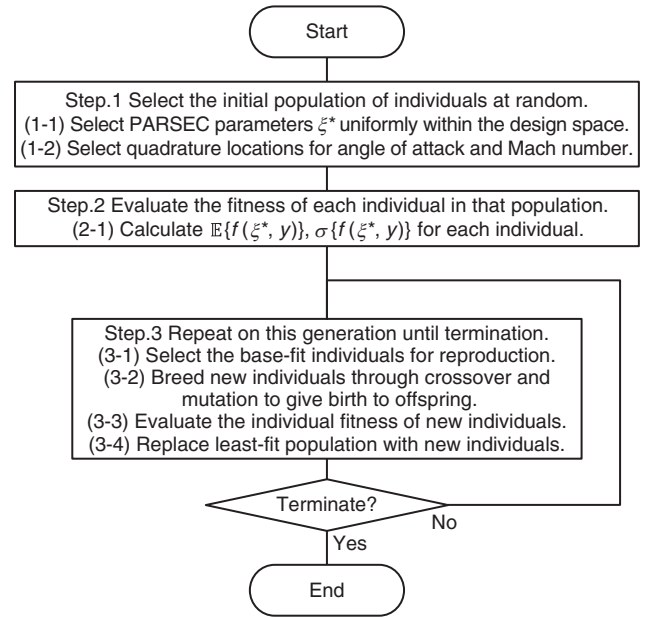


Fig. 6 Genetic Algorithm

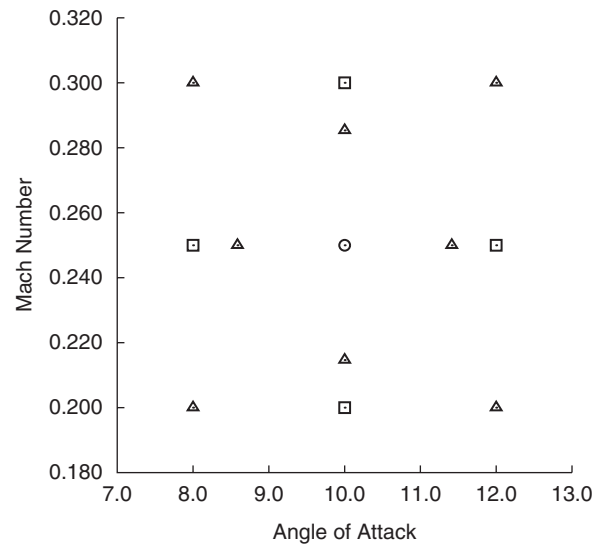


Fig. 7 Two-dimensional Smolyak sparse tensor quadrature grid up to order 2 accuracy. Level 0 (○), Level 1 (□) and Level 2 (△) incremental grids are shown.

Table 3 Sensitivity of optimal design to GA parameters

Population size	20	50	100
Optimal C_L/C_D	38.20	37.70	39.22
Cross probability	0.2	0.4	0.6
Optimal C_L/C_D	37.94	39.23	39.22
Flip probability	0.002	0.004	0.02
Optimal C_L/C_D	39.22	39.58	38.22

6. 風車翼の最適計算結果

最初に、GA のパラメータ (個体数, 交叉確率, 突然変異確率) が最適翼断面形状へ与える影響を評価するために感度分析を行う。固定した風況 (α, M) = (10, 0.25) にて実施した結果を Table 3 に示す。ここで C_L は揚力, C_D は抗力, C_L/C_D は揚抗比を示す。この結果, 個体数を十分に増加させても, 最適解の改善が見られなかった。よって, 今回は個体数, 交叉確率, 突然変異確率をそれぞれ 50, 0.4, 0.004 に設定した。

次に, 従来の最適化とロバスト最適化による最適形状パラメータ ξ_T^* および ξ_R^* をそれぞれ生成する。Fig. 8 に ($C_D, 1/C_L$) 平面上に従来の最適化による翼性能の計算結果を示す。○によって示される従来手法により最適化されたパラメータ ξ_T^* が, 固定された風況下で C_L/C_D を最大化する最適形状による性能である。本形状が不確実性を持つ変動風況下で示す性能は, $E\{f(\xi_T^*, y)\} = 30.46$ および, $\sigma\{f(\xi_T^*, y)\} = 2.53$ であった (Table 4 上段)。ここで, 平均, 標準偏差に加え, 歪度を示した。歪度が負の歪みを持つということは, f の確率分布の最頻値が右にずれている, つまり分布の裾野が左に長いことを表す。このことは, 標準偏差の最小化により分布の左側の頻度を低下することができ

Table 4 Comparison of results for traditional and robust optimizations

	Design	Statistic	C_L/C_D
Traditional optimizations	Max C_L/C_D	Mean	30.46
		SD	2.53
		SK	-0.45
Robust optimizations	Maximum average efficiency	Mean	32.68
		SD	1.64
		SK	-0.40
	Minimum combined metric	Mean	15.96
		SD	0.24
		SK	-0.04
	Minimum sensitivity	Mean	2.35
		SD	0.10
		SK	0.12

SD: Standard Deviation, SK: Skewness

れば, 分布全体の平均値を上げることが可能となることを意味し, この傾向理解は最適化指針となる。

Fig. 9 にロバスト最適化によって得られた翼性能を示す。ここでは, 変動風況に対して目的関数を以下の三つに定め, 翼断面形状最適化を行った。

- (1) 平均揚抗比最大化 (○で示す)
- (2) 平均揚抗比最大化かつ感度性能最小化 (△で示す)
- (3) 感度性能最小化 (□で示す)

それぞれの結果を Table 4 下段に示す。

上記 (2) で示した平均揚抗比最大化かつ感度性能最小化および (3) で示した感度性能最小化を目指した最適翼断面形状は, 従来の最適翼断面形状と比較して, 変動風況に対する感度性能を向上させることができた。しかし一方で, 翼の平均揚抗比が低下したことが分かる。

また (1) で示した平均揚抗比最大化を目指した翼断面形

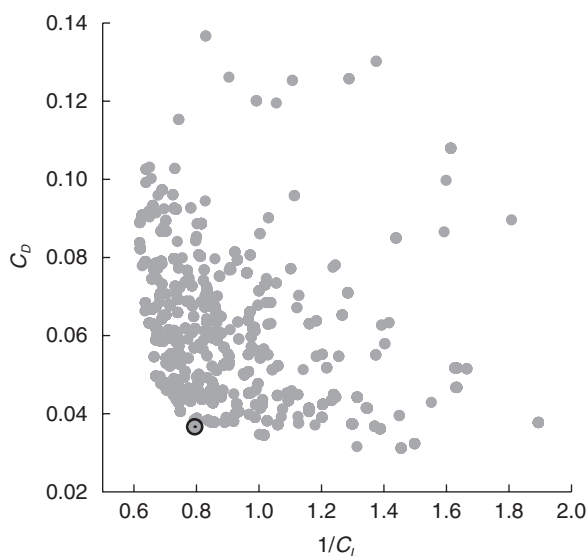


Fig. 8 Individuals generated by GA for single-objective optimization not accounting for variability in wind conditions. The optimal constrained design (○) is highlighted.

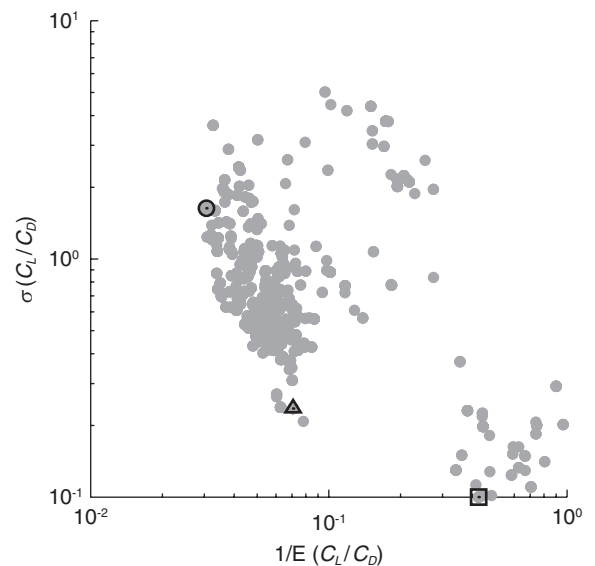


Fig. 9 Efficiency-sensitivity tradeoff resulting from robust optimization. Designs with maximum average efficiency (○), minimum combined metric (△) and minimum sensitivity (□) are highlighted.

状は、変動する風況全域に渡り、平均揚抗比が向上しただけでなく、変動風況に対する感度性能も同時に向上している。

以上より、本稿で提案したロバスト最適化により平均揚抗比最大化を探索した翼断面形状は、従来の最適翼断面形状と比較して、風況の変化に対して強健な性能を示すことができた。

7. 結言

本研究は、不確実なものを数値的に取り扱う不確実性定量化の技術と組み合わせられた遺伝的アルゴリズムを使用することで、変動風況下における風車翼の効率を最大化する翼断面形状のロバスト最適化のフレームワークを提案した。

変動風況から与えられる多変数空間全域で、RANS 解析によって翼性能の評価を行うために、一次元求積法である nested Clenshaw-Curtis 求積法を Smolyak スパース格子に適用することで、次元の呪いによる計算量の増加を緩和しながら高次元化した。そしてロバスト最適化により、変動する不確実な風況下における従来の最適翼断面形状の性能を上回ることが出来ることを証明した。今後、本技術の応用により工業製品開発効率を高めることができると考える。特に自動車のようにさまざまな変動環境条件下で使用される工業製品開発へ応用されることが期待され、評価指標がパラメータ変動に対して十分滑らかに変動する場合、本手法において計算コストを削減することが可能となる。

本論文は、著者らが 2012 年にスタンフォード大学、乱流研究センター (CTR) 主催のサマープログラムにて実施した研究成果⁽¹⁰⁾に基づいている。

参考文献

- (1) Sobieczky, H.: Parametric airfoils and wings, Notes on Numerical Fluid Mechanics 68, p. 71-88 (1998)
- (2) Arima, T., Sonoda, T., Shiratori, M., Tamura, A., Kikuchi, K.: A numerical investigation of transonic axial compressor rotor flow using a low-Reynolds-number k-e turbulence model, Journal of Turbomachinery 121 (1), p. 44-59 (1999)
- (3) Chaussee, D. S., Pulliam, T. H.: Two-Dimensional Inlet Simulation Using a Diagonal Implicit Algorithm, AIAA J., Vol. 19, p. 153-167 (1981)
- (4) Chakravarthy, S. R., Osher, S.: High resolution applications of the Osher upwind scheme for the Euler equations, AIAA Paper p. 83-1943 (1982)
- (5) Menter, F.: Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, AIAA Journal 32 (8), p. 1598-1605 (1994)

- (6) Xiu, D., Karniadakis, G.: The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations, SIAM J. Sci. Comput. 24 (2), p. 619-644 (2002)
- (7) Clenshaw, C., Curtis, A.: A method for numerical integration on an automatic computer, Numerische Mathematik 2 (1), p. 197-205 (1960)
- (8) Fraser, W., Wilson, M.: Remarks on the Clenshaw-Curtis quadrature scheme, SIAM Review 8 (3), 322-327 (1966)
- (9) Smolyak, S.: Quadrature and interpolation formulas for tensor products of certain classes of functions., In Dokl. Akad. Nauk SSSR, Vol. 4, p. 111 (1963)
- (10) Tachikawa, H., Schiavazzi, D., Arima, T., Iaccarino, G.: Robust optimization for windmill airfoil design under variable wind conditions, Center for Turbulent Research, Proceedings of the 2012 Summer Program, p. 241-249 (2012)

■ 著 者 ■



立川 浩 幹



Daniele Schiavazzi



有馬 敏 幸



Gianluca Iaccarino