

最小エネルギー法による G1 接続多辺面の作成

Constructing n-sided G1 Patches with the Energy Integral Minimization

松 本 健太郎*

Kentaro MATSUMOTO

謝 洪 軍*

Hongjun XIE

要 旨

n 本の閉じた境界曲線から隣接曲面との G1 連続性を保証した多辺面を作成する技術を開発した。境界曲線上のデータ点と、その隣接曲面のデータ点における法線ベクトルを拘束条件とし、2乗誤差を最小化することにより G1 連続性をもつ最小 2 乗多辺面を作成する。さらに、B-スプライン基底関数のエネルギー積分を計算し、エネルギー積分の最小化により、最小 2 乗多辺面を平滑化する。平滑化を調節するハンドルとして、2つの係数 β (伸ばす項) と γ (曲げる項) を導入し、これらの係数による調節により多辺面の品質を向上させる。この技術により高品質なデザインデータ作成に必要な多辺面の品質向上と、隣接曲面との連続性保証に費やす時間の削減が可能となった。

ABSTRACT

The technique to create n-sided patches from n closed boundary curves with G1 continuity to the bounding surfaces has been developed. By using the points on the boundary curves and the normal vectors of the surfaces at the related points, the least square patches has been constructed with G1 continuity based on the square error minimization. Furthermore the energy integral of the B-spline basis functions are calculated and the least square patches makes smooth with the energy integral minimization. As the handle to adjust smoothing, two coefficients β (stretching term) and γ (bending term) are introduced, by the adjusting of these coefficients the quality of n-sided patches are improved. By using this technique the quality of n-sided patches for styling design are improved and time to keep G1 continuity to the bounding surfaces are reduced.

1. まえがき

4 辺面以外の多辺面の内挿問題は CAGD (Computer Aided Graphic and Design) の中心的問題の 1 つであり、CAD ソフトの開発には欠かせない機能の 1 つでもある。特に隣接曲面が存在する場合の内挿は、多辺面とその隣接曲面との G1 連続性は高品質デザインデータ作成において重要である。

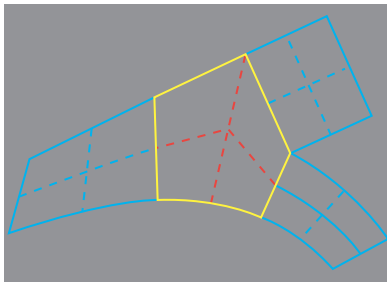
代表的な多辺面の内挿方法は、主に 2 つのアプローチに分けられている。1 つは n 角形の境界曲線が与えられた場合、n 角形を幾つかの 4 角形に分割し、各 4 角形領域で互いに G1 連続性をもつように 4 辺面を作成する方法である^{(1), (2)}。この方法においては、n 角形を分割する際に使われる内部曲線をどう決めるかが肝心で、作成される多辺面の質はその内部曲線によって左右されている。ところが、内部曲線の決め方は一意的ではないため、うまく行かないケースが多い。Fig. 1, Fig. 2 と Fig. 3 はこの方法を採用した

市販 CAD ソフトで作成された 5 辺面と 6 辺面のワイヤーフレーム表示及びゼブラ表示である。明らかにこの 3 つのケースの多辺面はデザイン面としては使えない。

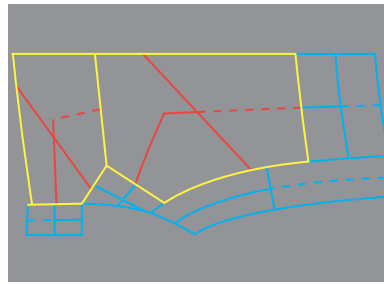
2 つ目のアプローチは、最小 2 乗法で多辺面を内挿する方法である^{(3)~(5)}。n 角形の境界曲線からデータ点を取得し、最小 2 乗方程式を解くことにより n 角形領域をカバーするベース曲面を作成する。そして境界曲線でベース曲面をトリムすれば、内挿する多辺面は完成される。この方法は 1 つ目のアプローチに比べ、方程式を解いているので、解は一意的に存在し、内部曲線を定める際の任意性はなくなる。本論文では、この最小 2 乗法を採用した。

最小 2 乗法で作成される多辺面の質は与えられたデータ点に依存しているため、場合によって曲面の平滑化を考えなければならない。曲面平滑化の具体的方法については、いろいろな研究が行われてきた^{(6)~(10)}。本論文では曲面のエネルギー積分を独自に計算し、この積分の最小化により曲面の平滑化を実現し、多辺面の質が大幅に改善された。

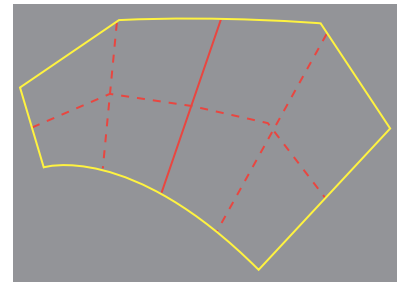
*和光研究所



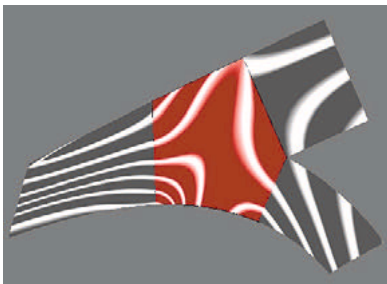
1-1 face



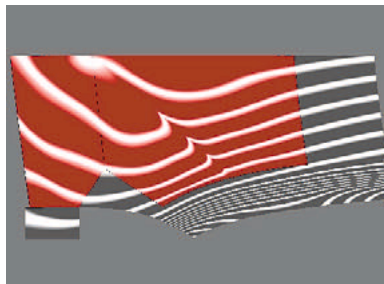
2-1 face



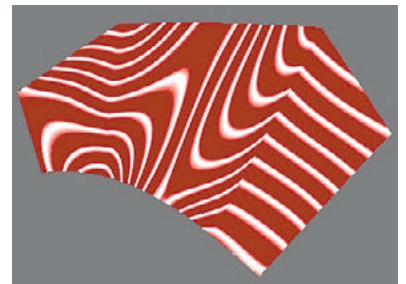
3-1 face



1-2 zebra



2-2 zebra



3-2 zebra

Fig. 1 Case 1: A 5-sided patch filled by CATIA

Fig. 2 Case 2: Two 5-sided patches filled by CATIA

Fig. 3 Case 3: A 6-sided patch filled by CATIA

2. 最小2乗法による多辺面の内挿

2.1. データ点と法線ベクトルの取得

n 本の境界曲線 $curve[k]$ が与えられたとき、最小2乗法を応用するためのデータ点 $\bar{Q}_a$ を境界曲線から取得する。各曲線の長さ $len[k]$ の中の最大値を l_0 とし、最長の曲線からとる点数を m_0 とすれば、曲線の長さに応じて各辺から取得する点数 $m[k]$ と総点数 N_p は

$$N_p = \sum m[k] = \sum m_0 \cdot len[k] / l_0 \quad (1)$$

となる。ただし、 m_0 の値は許容誤差と計算効率により決定する。(本論文においては、 m_0 が200であり、5辺なら総点数が1000以下、6辺の場合1200以下となっている)。このように取得されたデータ点 $\bar{Q}_a$ ($0 \leq a < N_p$) は作成しようとする曲面 $\bar{S}(u, v)$ 上に存在し、

$$\bar{S}(u_a, v_a) = \sum_{i=0}^{p_1-1} \sum_{j=0}^{p_2-1} N_i(u_a) M_j(v_a) \bar{P}_{ij} = \bar{Q}_a \quad (2)$$

を満たす。ここで $N_i(u_a)$ と $M_j(v_a)$ はそれぞれパラメータ u と v 方向におけるB-スプライン基底関数であり、 p_1 と p_2 は曲面の u と v 方向における制御点の数を表し、それぞれ u と v 方向の次数とスパン数の和となる。また式(2)の中の $\bar{P}_{ij}$ は曲面の未知制御点であり、その数が $q = p_1 \cdot p_2$ となる。

隣接曲面が存在しない場合は、 k 番目の境界曲線 $curve[k]$ と $k+1$ 番目の境界曲線 $curve[k+1]$ の交点 O_k における接線ベクトルをそれぞれ $\bar{V}_k$, $\bar{V}_{k+1}$ とし、法線ベクトルを

$\bar{n}_k = \bar{V}_k \times \bar{V}_{k+1}$ とすれば、式(2)の拘束条件として、作成される多辺面の点 O_k における法線ベクトルは $\bar{n}_k$ に一致しなければならない(Fig.4)。

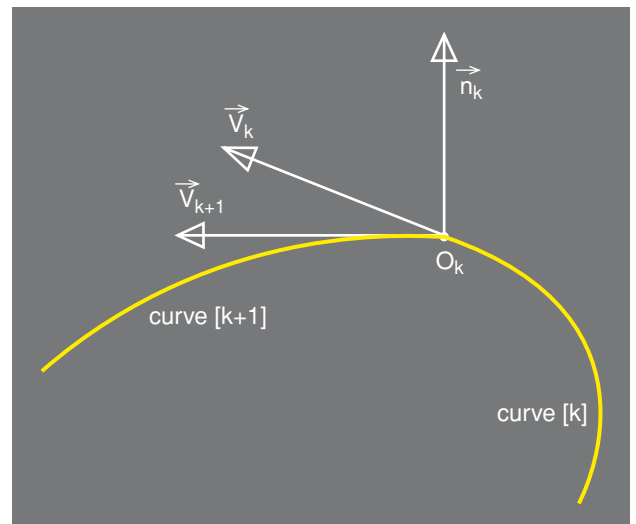


Fig. 4 A normal vector of the filling surface at the intersection of two boundary curves

また、隣接曲面が存在する場合、作成される多辺面と隣接曲面との間に G1 連続性をもたせるため、境界曲線上に存在する各データ点 $\bar{Q}_a$ における隣接曲面の法線ベクトル $\bar{n}_a$ を多辺面の拘束条件としなければならない。隣接曲面から

N_n 個の法線ベクトルを取得すれば、作成される多辺面は $2N_n$ 個の拘束方程式

$$\bar{n}_b \cdot \bar{S}_u(u_b, v_b) = \sum_{ij} N'_i(u_b) M_j(v_b) \bar{n}_b \cdot \bar{P}_{ij} = 0 \quad (3)$$

$$\bar{n}_b \cdot \bar{S}_v(u_b, v_b) = \sum_{ij} N_i(u_b) M'_j(v_b) \bar{n}_b \cdot \bar{P}_{ij} = 0 \quad (4)$$

を満たす。ここで $\bar{S}_u(u, v)$ と $\bar{S}_v(u, v)$ はそれぞれ曲面 $\bar{S}(u, v)$ の u 方向と v 方向の偏微分であり、 $N'_i(u)$ は $N_i(u)$ の微分、 $M'_j(v)$ は $M_j(v)$ の微分を表す。

2.2. 最小 2 乗平面の作成

式(2), (3), (4)の中の B-スプライン基底関数とその微分を計算するため、データ点 $\bar{Q}_a$ や法線ベクトル $\bar{n}_a$ のパラメータ値 (u_a, v_a) を与える必要がある。点群 $\{\bar{Q}_a\}$ から各データ点のパラメータ値 (u_a, v_a) を導き出す方法として、まず、点群 $\{\bar{Q}_a\}$ の重心 $\bar{G}_0$ とその 2 乗誤差を計算し、点群 $\{\bar{Q}_a\}$ の慣性主軸と主慣性モーメントを求める。最大主慣性モーメントの主軸方向を $\bar{X}_p$ 、2 番目に大きい主慣性モーメントの主軸方向を $\bar{Y}_p$ とすれば、ベクトル $\bar{X}_p$ と $\bar{Y}_p$ が最小 2 乗平面を構成する。各データ点 $\bar{Q}_a$ を最小 2 乗平面に投影し、重心 $\bar{G}_0$ を原点とする座標系にその投影座標を (x_a, y_a) とすれば、 (x_a, y_a) から最小値 $(x_{\min}, y_{\min})$ を引いた座標値 $(x_a - x_{\min}, y_a - y_{\min})$ はデータ点 $\bar{Q}_a$ のパラメータ (u_a, v_a) とみなせる。境界曲線上のデータ点から最小 2 乗平面を作り出すイメージは Fig. 5 で示す。

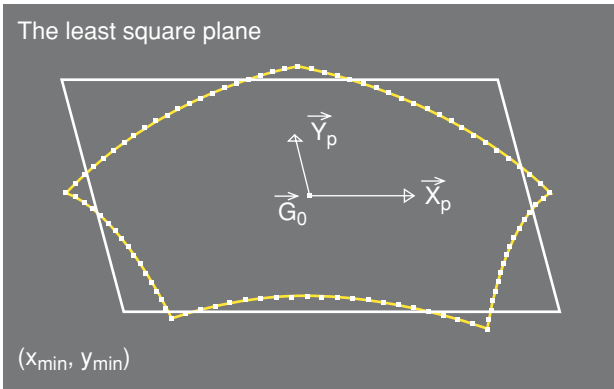


Fig.5 A least square plane obtained from a set of points on boundary curves

2.3. 最小 2 乗接続多辺面の作成

データ点 $\bar{Q}_a$ を最小 2 乗平面に投影して求めたパラメータ (u_a, v_a) を用いれば、点 $\bar{Q}_a$ における B-スプライン基底関数 $N_i(u_a)$, $M_j(v_a)$ とその微分を計算することができる。式(2), (3), (4)を座標成分式に展開し、 $3q$ 個の未知数 x_i (未知制

御点 $\bar{P}_{ij}$ の座標成分)を含む $3N_p + 2N_n$ 個の連立方程式をまとめて行列記法で記述すれば、

$$\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

と書くことができる。ただし、式の中の $F = [f_{ij}]_{3N_p \times 3q}$ は式(2), $G = [g_{ij}]_{2N_n \times 3q}$ は式(3), (4)を展開して得た座標成分式の係数行列であり、次のように定義されている。

$$\begin{aligned} f_{3a, 3(j \cdot p_i + i)} &= N'_i(u_a) M_j(v_a) \\ f_{3a+1, 3(j \cdot p_i + i)+1} &= N'_i(u_a) M'_j(v_a) \\ f_{3a+2, 3(j \cdot p_i + i)+2} &= N_i(u_a) M'_j(v_a) \\ \text{others} &= 0 \end{aligned}$$

及び

$$\begin{aligned} g_{2b, 3(j \cdot p_i + i)} &= N'_i(u_b) M_j(v_b) \cdot n_{bx} \\ g_{2b, 3(j \cdot p_i + i)+1} &= N'_i(u_b) M_j(v_b) \cdot n_{by} \\ g_{2b, 3(j \cdot p_i + i)+2} &= N'_i(u_b) M_j(v_b) \cdot n_{bz} \\ g_{2b+1, 3(j \cdot p_i + i)} &= N_i(u_b) M'_j(v_b) \cdot n_{bx} \\ g_{2b+1, 3(j \cdot p_i + i)+1} &= N_i(u_b) M'_j(v_b) \cdot n_{by} \\ g_{2b+1, 3(j \cdot p_i + i)+2} &= N_i(u_b) M'_j(v_b) \cdot n_{bz} \end{aligned}$$

また、未知制御点 $\bar{P}_{ij}$ と既知データ点 $\bar{Q}_a$ の座標成分行列 $X = [x_i]_{3q}$ と $C = [c_i]_{3N_p}$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} x_{3(j \cdot p_i + i)} &= P_{ij, x} \\ x_{3(j \cdot p_i + i)+1} &= P_{ij, y} \\ x_{3(j \cdot p_i + i)+2} &= P_{ij, z} \\ c_{3a} &= Q_{ax}, c_{3a+1} = Q_{ay}, c_{3a+2} = Q_{az} \end{aligned}$$

と定義される。

実際に曲面をフィットする場合、式(5)の数 $3N_p + 2N_n$ は未知数 x_i の数 $3q$ より遙かに大きいため、問題は過剰条件となり、解はある種の平均値としてしか得ることができない。式(5)を近似的に解くことにより、振動の少ないフェアな曲面を作成することができる。

以下に最小 2 乗法を用いて式(5)の解を求める。点群 $\{\bar{Q}_a\}$ の誤差 2 乗和と法線ベクトル $\bar{n}_a$ による拘束条件の誤差 2 乗和がそれぞれ

$$\begin{aligned} E_p &= \sum_{a=0}^{N_p-1} |\bar{S}(u_a, v_a) - \bar{Q}_a|^2 \\ &= (FX - C)^t (FX - C) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} E_n &= \sum_{b=0}^{N_n-1} \left(|\bar{n}_b \cdot \bar{S}_u(u_b, v_b)|^2 + |\bar{n}_b \cdot \bar{S}_v(u_b, v_b)|^2 \right) \\ &= (GX)^t (GX) \end{aligned} \quad (7)$$

と書ける。ここで $(FX - C)^t$ は $(FX - C)$, $(GX)^t$ は (GX) の転置行列を表す。誤差 2 乗和(6)と(7)の和

$$E_{p+n} = E_p + E_n \quad (8)$$

を最小化することにより、 X に関する最小2乗方程式

$$(F^T F + G^T G)X = F^T C \quad (9)$$

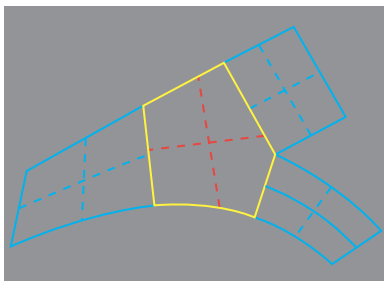
が得られる。式(9)から得た解(曲面の制御点の座標値)で隣接曲面との G1 連続性をもつベース曲面を作成し、境界曲線でベース曲面をトリムすれば、内挿しようとする n 角形領域に接続多辺面が完成される。

次に、Fig. 1, Fig. 2 と Fig. 3 で示された3つのケースを、本論文の最小2乗法を用いたプログラムで作り直すことで以下の内容を得る。

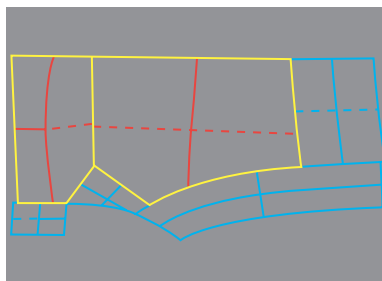
Fig. 6 ~ Fig. 8 で示された結果は Fig. 1 ~ Fig. 3 の場合と比べると、最小2乗法による内挿はゼブラの連続性

の改善において優れていることが分かる。3つのケースの内、ケース1とケース3は大幅に改善され、ケース2の右側の5辺面も改善された。ただし、問題もあり、ケース2の左側の5辺面は渦状模様ができてしまった。

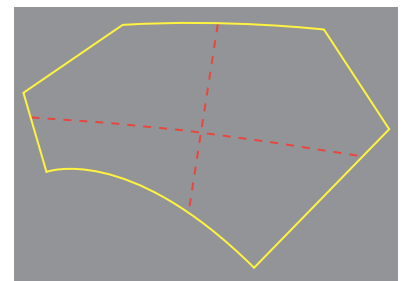
最小2乗法でいろいろなケースの多辺面を作成し検討した結果、次のことが分かった。(a)ケース1のように平面に近い形状の多辺面の場合、きれいな結果が得られる。(b)その以外の場合、データ点が均等分布ではない(境界曲線上にだけ存在する)欠点は顕著化するため、2つの問題が発生する。1つはケース2のように作成される多辺面に渦状模様ができてしまうこと、2つ目はケース3のようにトリムされる前のベース曲面のコーナーが遠くへ行ってしまうことである。この2つの問題を解決しないと、大部分のケースにおいては満足できる結果は得られない。そこで、上記問題の



1-3 face



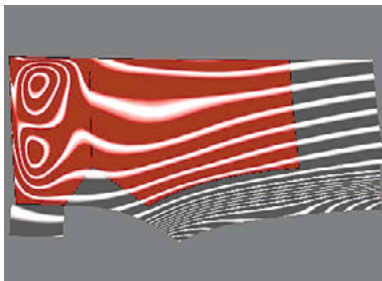
2-3 face



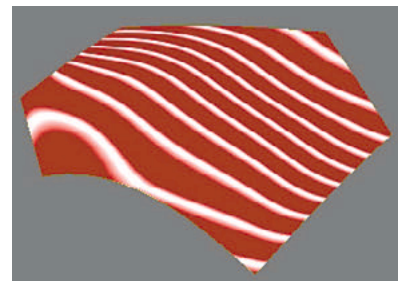
3-3 face



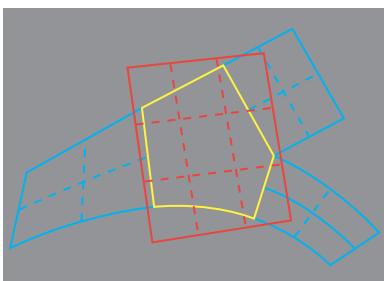
1-4 zebra



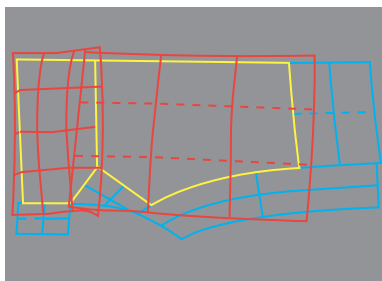
2-4 zebra



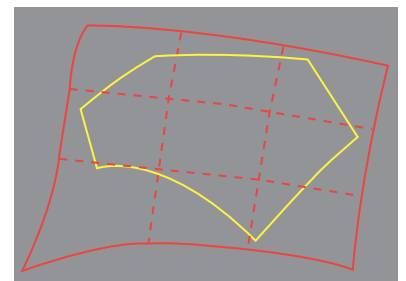
3-4 zebra



1-5 surface without trimming
maximum error = 0.00024mm



2-5 surface without trimming
maximum error of the right one
= 0.0017mm
maximum error of the left one
= 0.00067mm



3-5 surface without trimming
maximum error = 0.0016mm

Fig. 6 Case 1: A 5-sided patch filled by the least square method

Fig. 7 Case 2: Two 5-sided patches filled by the least square method

Fig. 8 Case 3: A 6-sided patch filled by the least square method

解決策として、曲面エネルギー積分の最小化による曲面平滑化を考えた。

3. 最小エネルギー積分による平滑化

曲面の平滑化は CAGD の重要なテーマの1つであり、様々な平滑化方法は研究されてきた。主な方法は曲面エネルギー積分の最小化による平滑化である。本論文では任意ノットベクトルにおけるB-スプライン基底関数の1次、2次微分の2乗積分を計算し、これらの積分を最小2乗方程式に加え、エネルギー積分の最小化により曲面の平滑化を実現した。

ここでノットベクトルとは曲面のノット(Knot: 節目)におけるパラメータ列である。

3.1. 1次微分の2乗の積分

曲面 $\tilde{S}(u, v)$ の u 方向と v 方向における1次偏微分の2乗の積分がそれぞれ

$$\begin{aligned} \iint |\tilde{S}_u|^2 dudv &= \sum \int N_i' N_k' du \int M_j M_l dv \tilde{P}_{ij} \cdot \tilde{P}_{kl} \\ \iint |\tilde{S}_v|^2 dudv &= \sum \int N_i N_k du \int M_j' M_l' dv \tilde{P}_{ij} \cdot \tilde{P}_{kl} \end{aligned}$$

と表される。添え字を $a = j \cdot p_1 + i$, $b = l \cdot p_1 + k$ と整理し、 u と v についての積分部分を

$$\begin{aligned} Au_{ab} &= Au_{j \cdot p_1 + i, l \cdot p_1 + k} = \int N_i' N_k' du \int M_j M_l dv \\ Av_{ab} &= Av_{j \cdot p_1 + i, l \cdot p_1 + k} = \int N_i N_k du \int M_j' M_l' dv \end{aligned}$$

と定義すれば、1次微分の2乗の積分が

$$\iint \left(|\tilde{S}_u|^2 + |\tilde{S}_v|^2 \right) dudv = \sum \tilde{P}_a \cdot (Au_{ab} + Av_{ab}) \tilde{P}_b$$

となる。さらに、行列 $K_1 = [h_{ij}]_{3q \times 3q}$ を

$$\begin{aligned} h_{3a, 3b} &= h_{3a+1, 3b+1} = h_{3a+2, 3b+2} = Au_{ab} + Av_{ab} \\ others &= 0 \end{aligned}$$

と定義し、行列記法で記述すると、最小化すべき1次微分の2乗の積分が

$$E_a = \iint \left(|\tilde{S}_u|^2 + |\tilde{S}_v|^2 \right) dudv = X^t K_1 X \quad (10)$$

と書ける。上式の X は未知制御点であり、行列 K_1 の要素はノットベクトルが与えられれば計算できる。

3.2. 2次微分の2乗の積分

曲面の u 方向と v 方向における2次偏微分の2乗の積分がそれぞれ

$$\begin{aligned} \iint |\tilde{S}_{uu}|^2 dudv &= \sum \int N_i'' N_k'' du \int M_j M_l dv \tilde{P}_{ij} \cdot \tilde{P}_{kl} \\ \iint |\tilde{S}_{uv}|^2 dudv &= \sum \int N_i' N_k' du \int M_j' M_l' dv \tilde{P}_{ij} \cdot \tilde{P}_{kl} \\ \iint |\tilde{S}_{vv}|^2 dudv &= \sum \int N_i N_k du \int M_j'' M_l'' dv \tilde{P}_{ij} \cdot \tilde{P}_{kl} \end{aligned}$$

となる。3.1の場合と同様に添え字を整理し、 u と v についての積分部分を

$$\begin{aligned} Buu_{ab} &= Buu_{j \cdot p_1 + i, l \cdot p_1 + k} = \int N_i'' N_k'' du \int M_j M_l dv \\ Buv_{ab} &= Buv_{j \cdot p_1 + i, l \cdot p_1 + k} = \int N_i' N_k' du \int M_j' M_l' dv \\ Bvv_{ab} &= Bvv_{j \cdot p_1 + i, l \cdot p_1 + k} = \int N_i N_k du \int M_j'' M_l'' dv \end{aligned}$$

と定義すれば、2次微分の2乗の積分が

$$\begin{aligned} \iint \left(|\tilde{S}_{uu}|^2 + 2|\tilde{S}_{uv}|^2 + |\tilde{S}_{vv}|^2 \right) dudv \\ = \sum \tilde{P}_a \cdot (Buu_{ab} + 2Buv_{ab} + Bvv_{ab}) \tilde{P}_b \end{aligned}$$

となる。さらに、行列 $K_2 = [k_{ij}]_{3q \times 3q}$ を

$$\begin{aligned} k_{3a, 3b} &= k_{3a+1, 3b+1} = k_{3a+2, 3b+2} \\ &= Buu_{ab} + 2Buv_{ab} + Bvv_{ab} \\ others &= 0 \end{aligned}$$

と定義し、行列記法で記述すると、最小化すべき2次微分の2乗の積分が

$$\begin{aligned} E_e &= \iint \left(|\tilde{S}_{uu}|^2 + 2|\tilde{S}_{uv}|^2 + |\tilde{S}_{vv}|^2 \right) dudv \\ &= X^t K_2 X \end{aligned} \quad (11)$$

と書ける。上式左辺の E_e は曲面のエネルギーを表すが、右辺の K_2 は通常いわゆる剛性行列であり、ノットベクトルが与えられれば計算できる。

3.3. 曲面平滑化

平滑化に関する1次微分の項 E_a と2次微分の項 E_e を第2節の式(8)に入れて、最小化すべきトータル項は

$$E_{p+n+a+e} = \alpha E_{p+n} + \beta E_a + \gamma E_e \quad (12)$$

となる。 $E_{p+n+a+e}$ の添え字 p, n, a, e はそれぞれpoint, normal, area, energyを意味し、パラメータ α, β, γ は曲面の平滑化を調節できるようにするため導入された。

最小2乗法で $E_{p+n+a+e}$ を最小化しよう。 K_0 を

$$K_0 = F^t F + G^t G$$

と定義すれば、最小2乗方程式

$$(\alpha K_0 + \beta K_1 + \gamma K_2)X = \alpha F'C \quad (13)$$

が得られる。上式左辺の第1項はデータ点と法線ベクトルによる最小2乗法の項であるが、第2項は曲面の1次微分による項であり、第3項は2次微分による項である。

ここで第2項は曲面の領域を最小化するため曲面を伸ばす項であり、第3項はエネルギーを最小化するため曲面を曲げる項といえる。

パラメータ α 、 β 、 γ に適当な値を与え、式(13)を解けば、平滑化される接続多辺面が作成できる。

ただし、式(13)を解くとき、重要なのはパラメータ α 、 β 、 γ の相対値であり、絶対値ではない。従って、3つのパラメータの中で1つを固定し、残りの2つに適当な値を与えれば十分である。本論文のプログラムの中では次のように設定されている。

$$\alpha = 1$$

$$\beta \text{ (key in) (推奨値: } 0 \leq \beta \leq 0.0001)$$

$$\gamma \text{ (key in) (推奨値: } 0 \leq \gamma \leq 0.1)$$

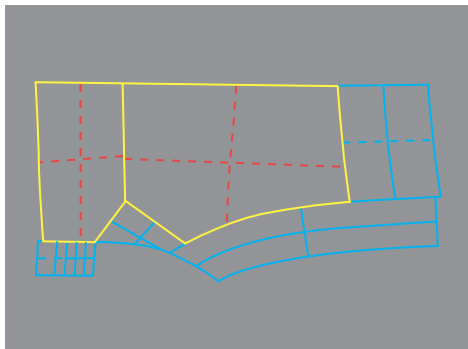
もちろん、 $\beta = \gamma = 0$ と入力すれば、最小2乗方程式(13)は方程式(9)になるが、 $\beta \neq 0$ または $\gamma \neq 0$ と入力することで曲面の平滑化を調節することができる。

次に非零なる β 、 γ を入力した場合、第2節で指摘された渦状模様がでける問題と、ベース曲面のコーナーが遠くへ行く問題の改善方法について述べる。

Fig. 9, Fig. 10 から分かるように、与えられた境界曲線から作成された多辺面までの誤差の最大値が僅かに増大しているが、多辺面の質が大幅に改善された。とくに第2節で指摘された渦状模様とコーナーの問題はほぼ解決された。

次に式(13)の中の伸ばす項の係数 β と曲げる項の係数 γ の具体的な曲面平滑化への影響度合いを、1つの凹5角形のケースを通して検討を行った。

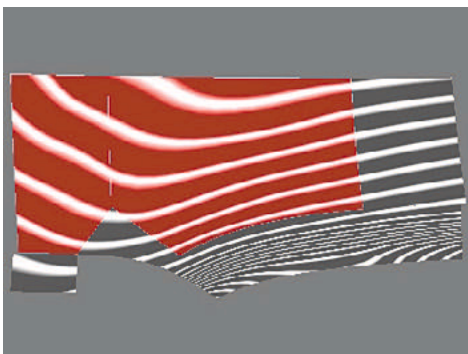
Fig. 11 ~ Fig. 14 の例より、曲面平滑化のパラメータ β 、 γ の値を調整することによって、作成された5辺面の質が徐々に改善されていく。種々のケースを検討した結果、 β 、 γ の値の範囲は $0 \leq \beta \leq 0.0001$ 、 $0 \leq \gamma \leq 0.1$ 程度で妥当との結論が得られた。



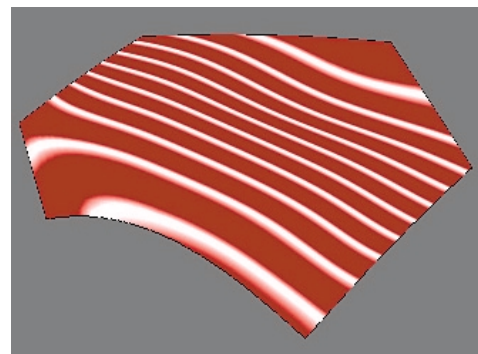
2-6 face



3-6 surface without trimming



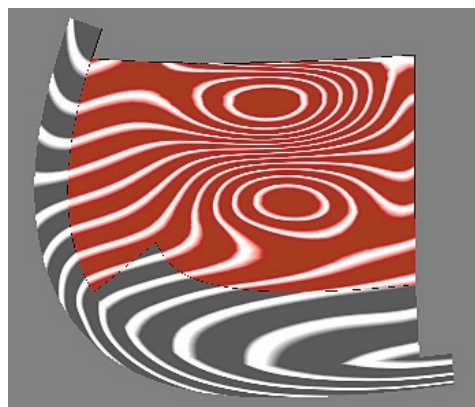
2-7 zebra
maximum error of the right one =
0.0032mm
maximum error of the left one
=0.00067mm



3-7 zebra
maximum error = 0.0023mm

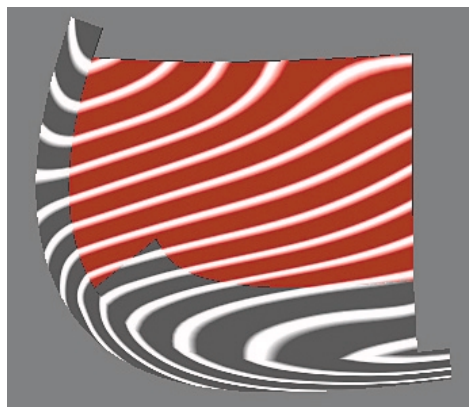
Fig. 9 Case 2: Two 5-sided patches filled by the minimal energy method with parameters $\beta=0$, $\gamma=0.01$

Fig. 10 Case 3: A 6-sided patch filled by the minimal energy method with parameters $\beta=0$, $\gamma=0.0001$



maximum error = 0.00087mm

Fig. 11 Case 4: A 5-sided concave patch filled by the minimal energy method with parameters $\beta=0$, $\gamma=0$



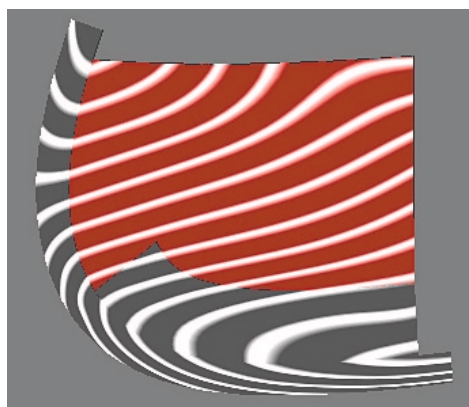
maximum error = 0.0012mm

Fig. 13 Case 4: A 5-sided concave patch filled by the minimal energy method with parameters $\beta=0$, $\gamma=0.01$



maximum error = 0.00099mm

Fig. 12 Case 4: A 5-sided concave patch filled by the minimal energy method with parameters $\beta=0.00001$, $\gamma=0$



maximum error = 0.0012mm

Fig. 14 Case 4: A 5-sided concave patch filled by the minimal energy method with parameters $\beta=0.00001$, $\gamma=0.01$

4. まとめ

n 本の閉じた境界曲線から隣接曲面との G1 連続性を保証した多辺面を作成する方法として、最小 2 乗法による曲面の内挿と最小エネルギー法による曲面平滑化を考案し、曲面品質の検証を行い、以下の 2 つの結果を得ることができた。

- 1) 最小 2 乗法による内挿では、n 角形を幾つかの 4 角形に分割して 4 辺面を作成する方法よりゼブラの連続性において優れているが、渦状模様やコーナーでの発散といった問題が生じた。
- 2) B-スプライン基底関数のエネルギー積分の最小化による曲面の平滑化は曲面品質向上に効果があり、最小 2 乗方程式の 1 次微分の項と 2 次微分の項に係数をつけ、この 2 つの係数 β (伸ばす項) と γ (曲げる項) の調

整により、渦状模様やコーナーでの発散という問題はほぼ解決できた。

この手法をホンダ内作 CAD の機能として実装することにより、これまでの手作業による隣接曲面との連続性保証に費やす時間の大幅な削減とデザインデータ品質の大幅な向上が可能となった。

参考文献

- (1) 鳥谷浩志, 千代倉弘明: 3 次元 CAD の基礎と応用, 共立出版, p.82-88 (1991)
- (2) Gregory, J.A. and Zhou, J.: Filling polygonal holes with bicubic patches, Computer Aided Geometric Design 11, p.391-410 (1994)
- (3) 凸版印刷(株)総合研究所画像情報センター訳: コン

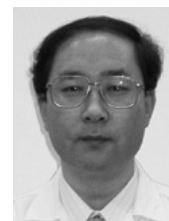
ピュータグラフィックス(第2版), 日刊工業, p.558-561 (1993)

- (4) Sarkar, B. and Menq, CH.: Smooth-surface approximation and reverse engineering, Computer-Aided Design 23(9), p.623-628 (1991)
- (5) Ma, W. and He, P.: B-spline surface local updating with unorganized points, Computer-Aided Design 30(11), p.853-862 (1998)
- (6) Celniker, G. and Gossard, D.: Deformable Curve and Surface Finite-Elements for Free-Form Shape Design, Computer Graphics 25(4), p.257-266 (1991)
- (7) Fasshauer, G.E. and Schumaker, L.L.: Minimal energy surfaces using parametric splines, Computer Aided Geometric Design 13, p.45-79 (1996)
- (8) Vassilev, TI.: Fair interpolation and approximation of B-splines by energy minimization and points insertion, Computer-Aided Design 28(9), p.753-760 (1996)
- (9) Park, H., Kim, K. and Lee, SC.: A method for approximate NURBS curve compatibility based on multiple curve refitting, Computer-Aided Design 32(4), p.237-252 (2000)
- (10) Chui, C. K. and Lai, M.J.: Filling polygonal holes using C^1 cubic triangular spline patches, Computer Aided Geometric Design 17, p.297-307 (2000)

■ 著 者 ■



松本健太郎



謝 洪軍